

98-20095005 解析的信号法による回転体の瞬時回転速度・位相の計測方法*

- 回転検出器モデルを用いた解析精度の検討 -

中島 隆¹⁾ 杉崎 誠¹⁾ 鈴木 英男¹⁾Instantaneous Rotation Frequency/Phase Measurement of a Rotor by the Analytic Signal Method
-Analysis Precision Study Using a Rotation Detector Model-

Takashi Nakashima Makoto Sugisaki Hideo Suzuki

When analyzing rotation fluctuations of a rotating machine, the instantaneous frequency analysis method, which is based on analytic signals, can be used. This method is also called the "Hilbert transform" method. This report discusses the analysis accuracies of rotation pulse signals by the analytic signal method. An electromagnetic type rotation detector model is used to create rotation pulse signals with known rotation frequencies. Numerical results show that, when finding localized rotation fluctuations, a successive short time windowing/transformation is more effective than the one time transformation method. The results also show that several rotation detector pulses should be contained in the short time window for the accurate instantaneous rotation frequency analysis.

Key Words: Rotation fluctuation, Instantaneous frequency, Analytic signal, Hilbert transform/ Transmission, Gear

1. ま え が き

機械システムにはモータやエンジンなどの回転する機構を持つものがほとんどである。回転体の回転速度変動は振動や騒音の発生原因となるため、それをいかに精度よく測定し、低減する方策を見つけることは重要な課題である。本報告は、普通に使われる回転検出機構を用いて時間依存性の回転(角)速度や位相を精度良く求める方法に関するものである。

回転周波数を高次の回転変動も含めて精度良く求める方法としては、1回転に数万パルスを生ずるエンコーダを非常に高速にサンプリングし、個々のパルス間隔から時間依存性の回転速度を求める方法が用いられる。しかし、この方法では特殊な装置を必要とし、通常用いる振動や音響の計測と異なるシステムとなり、測定システムが複雑で高価になる欠点がある。

一般的な回転周波数の計測には、回転軸に100~200個程度の歯数の歯車を取り付けその近傍に電磁センサをおいて磁界の変化を検出する方法や、同程度の穴を有する円板と光電センサによる検出方法などがある。この場合は求められる回転速度が1回転に100のオーダーになり、パルス数から直接回転速度を求めるには精度や時間分解能の点で不十分である。また、サンプリング間隔がパルス幅に対して十分狭くないとパルスの到来時刻が正確に求められないので、それによる誤差も発生する。

これらの問題を解決するために、ヒルベルト変換による回転変動解析が用いられている⁽¹⁻³⁾。信号の瞬時周波数を求める方法としてヒルベルト変換法(同じ意味で解析的信号法)は良く用いられる手法である⁽⁴⁻⁸⁾。本論文では、電磁回転検出器をモデル化して回転速度およびその変動量の知られた信号を作成し、それを解析的信号法で解析し、手法の精度の定量的検討を行う。

2. 電磁検出器モデル

本報告の目的は回転パルス検出器の出力信号を用いて時間変化する回転速度を計測する際の解析的信号法による手法の精度を検討することである。回転速度が既知の回転パルス信号が得られれば、それを分析することで分析手法の精度の検討が可能となる。そのために、ここでは検出器のモデルを用いて回転パルス信号を作成することとする。

Fig.1は電磁型検出器のモデルである。具体的な歯車の形状をFig.2の太線で示す。歯車の歯数は120であり、その半径は、 $0.0^\circ \sim 0.6^\circ$ 、 $1.0^\circ \sim 2.0^\circ$ 、 $0.24^\circ - 3.0^\circ$ の範囲でそれぞれ0.075 m、0.072 m、0.075 mとし、それ以外の範囲は直線的に変化するものとする。歯数が120なので 0° から 3° までの形状を周期的に繰り返す。センサはその真下の 1.2° の範囲の歯車までの平均距離を出力するものとする。ただし、平均距離の計算ではFig.1のような円弧ではなく、Fig.2のように直線上で距離が変化するものとして単純化している。

Fig.2の細線は一つの歯車だけに形状の変化を持たせた変形した歯型を有する歯車の形状を示す。ただし、この歯の形

*2009年05月20日自動車技術会春季学術講演会において発表。

1) (株)エー・アンド・デイ (364-8585 北本市朝日 1-243)

状は単に回転パルス信号に他の歯のものと異なるパルス形状を持たせるためのもので、実際の歯車の欠陥を模擬することを意図したものではない。

Fig.3 は正常な歯車の中に一つの形状の異なる歯を有する歯車からの回転パルス信号を示す。回転数は 1,800rpm (30Hz), サンプル数は 48,000Hz である。ほぼ正弦波の回転パルス信号が得られているが、これは電磁型回転パルス検出器の特徴であり、信号の成分の中で 1 次成分が支配的であることを示している。

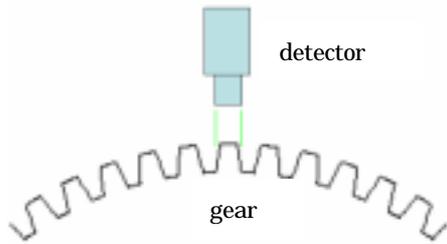


Fig.1 Electro-magnetic type rotation detector model.

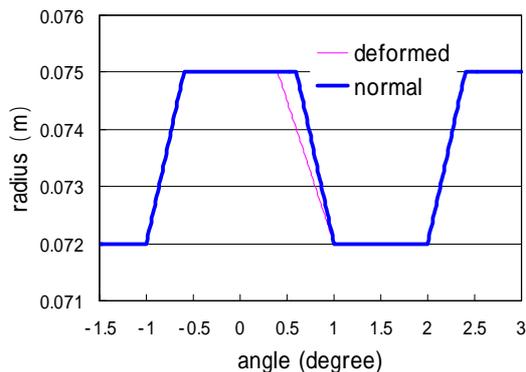


Fig.2 Radius variation of the gear of the detector model.

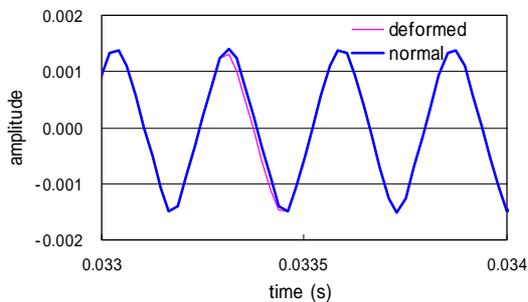


Fig.3 Detector model output for a normal gear and a gear with a deformed tooth.

3. 解析的信号法による瞬時回転周波数・位相の求め方

3.1. 解析の手順

Fig.4 に本報告で用いる解析的信号法による瞬時回転速度・位相の検出法の手順を示す。以下、主なステップについて説明する。

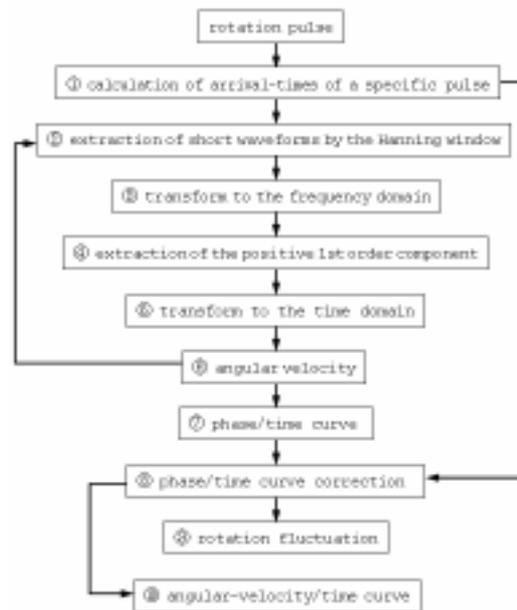


Fig.4 Rotation velocity/angle analysis procedure.

3.2. 1 回転ごとのパルス到来時刻の計算 (ステップ)

同じ歯が 1 回転後に到来するときには必ず 2 の位相増加があるので、この情報を計算誤差の補正に使用することができる。しかしながら、Fig.3 に見られるように、サンプリング周波数が十分高くはないので、波形のピーク値をそのままパルスの到来時刻とすると誤差が生じる。ここでは一つの歯に注目し、そのサンプル値のピークの前後 3 点を用いて 2 次多項式を適用し、パルスの到来時刻推定を行った。Fig.5 にサンプル値と 2 次多項式近似の値の比較結果を示す。二つの曲線は良く一致しており、図中縦の線で示す極大値の推定位置をパルスの到来時刻とすることで精度を高めることができる。

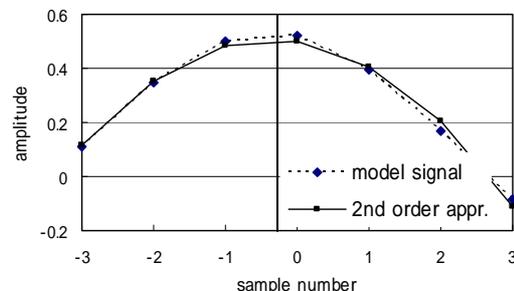


Fig.5 Estimation of the pulse arrival time by the second order polynomial approximation.

1 周期に 13 ほどのサンプリング数がある Fig.3 の信号に 2

次多項式を適用して推定すると、ピーク値をそのまま用いた場合よりも 1/7 まで誤差を小さくすることが可能である。さらにサンプリング数が少なくなると改善度合いはもっと大きくなる。パルスの到来時刻の予測精度が 8 倍程度に改善されるということは、実質的に 2^3 のサンプリング周波数の上昇に対応するので効果は極めて大きい。2 次の多項式は中心軸に対して対称であるが、実際のパルス波形はそうとは限らない。しかしながら、それによる推定誤差が一定であればそれを含んだものをパルスの到来時刻として用いても問題はない。

このパルス到来時刻の推定結果はステップ で使用される。

3.3. 各時刻ごとの瞬時周波数 (ステップ -)

ステップ - を各サンプリングごと、あるいは回転変動が緩やかな場合はサンプリングの数点おきに実行する。

(1) 時間窓による短時間信号の切り出し (ステップ)

一般に、信号の周波数はある時間幅を持って初めて決まるものである。ここでは、ある時刻の瞬時周波数を求めるために、その時刻を中心に短時間の信号を切り出して求めている。Fig.6 にサンプリング数 64 点のハンニング窓を用いて切り出した結果の一例を示す。64 点の時間内には 5 つほどの波が含まれている。

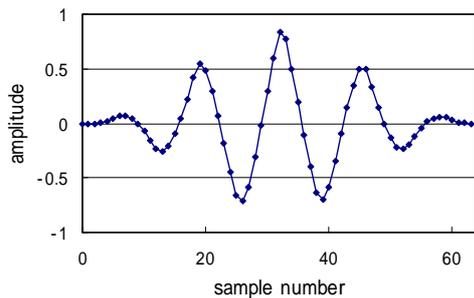


Fig.6 An example of rotation pulse waveforms extracted using the 64 point Hanning window.

(2) 周波数軸への変換と正の周波数の 1 次成分の切り出し (ステップ ,)

解析的信号とは正の周波数成分のみを持つ信号のことである⁽⁸⁾。もとの信号とそのヒルベルト変換を使用して正の成分のみを持つ信号をつくることはできるが、ここではヒルベルト変換ということに特に意識せず、離散フーリエ変換 (DFT) を行って正の 1 次の周波数成分を取り出す方法を取っている。Fig.7 は DFT 後のパワースペクトルを示している。二つの縦線で囲む範囲内の成分を用いて IDFT を行う。切り出す幅は 2 次の成分を含まない範囲でなるべく広いことが望ましい。1 次成分の周波数を f_1 としたとき、スペクトルの形状を見ながら適当なバンド幅を決める (通常は $f_1(1 \pm B)$ において、 B は 0.1~0.5 程度)。バンド幅に関しては比較的狭くても正しい瞬時周波数が得られる

ことが知られている。

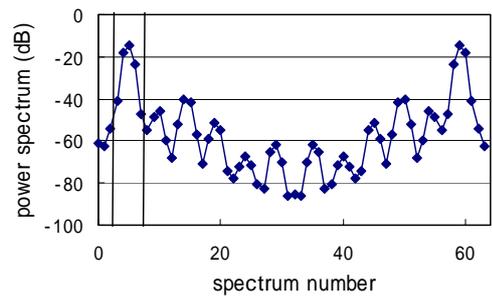


Fig.7 Power spectrum of the waveform shown in Fig.6.

(3) 時間軸への変換と瞬時周波数 (ステップ ,)

Fig.7 の二つの縦線で示す正の 1 次成分の複素スペクトルを用いて IDFT した結果を Fig.8 に示す。Fig.6 に示す波形は実数であるが、正の周波数成分のみを用いているので複素時間波形になりそのために信号の位相を求めることが可能となる。波形の中心 ($N/2 = 32$) におけるサンプリング周期 ($t = 1/48000$) 分の位相増加量はその前後の平均をとって次式で求められる。

$$\Delta\phi(N/2) = [\phi(N/2+1) - \phi(N/2-1)]/2 \quad (1)$$

これを $2t$ で割ったものが瞬時周波数 f_i である。これを繰り返すことにより、 f_i を時間 n t の関数 $f_i(n$ $t)$ として求めることができる (実際にはさらに歯車の歯数 Z で割ったものが瞬時周波数である)。

$$f_i(n\Delta t) = \Delta\phi(n\Delta t)/(2\pi\Delta tZ) \quad (2)$$

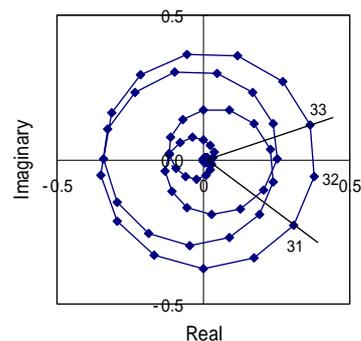


Fig.8 Representation of the complex waveform on the complex plane.

3.4. 瞬時位相対時間曲線の計算と位相補正 (ステップ ,)

式(2)により得られた瞬時周波数 $f_i(n$ $t)$ を積分すると瞬時位相対時間曲線 $\phi_i(n$ $t)$ が求められる。

$$\phi_i(n\Delta t) = 2\pi\Delta t \sum_{m=0}^n f_i(m\Delta t) \quad (3)$$

式(3)で求めた瞬時位相対時間曲線 (Fig.9 の) で示す) は誤差を含んでいるが, 3.2. で求めた最初のパルスの到来時刻で $\phi_i(t_0)=0$, 次のパルスの到来時刻で $\phi_i(t_1) = 2\pi \dots$ となるように補正することにより, より正確な瞬時位相対時間曲線 (Fig.9 の) を求めることができる. ここで, パルスの到来時刻 t_i は一般に $n \Delta t$ とは一致しない.

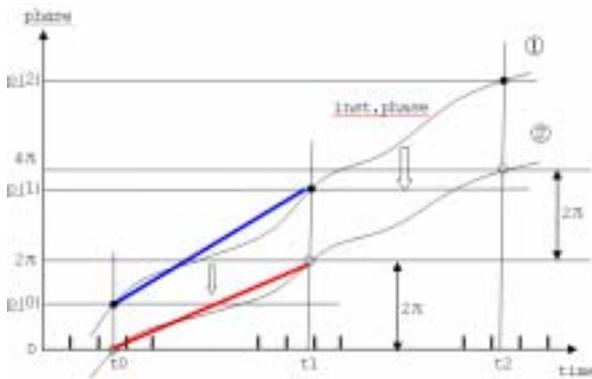


Fig.9 Correction of the phase/time curve from to by use of the arrival times of a specific pulse.

3.5. 回転変動 (ステップ)

補正後の瞬時位相対時間曲線 (Fig.9 の) が得られれば, 適当な幅の移動平均値と瞬時値との差をとることにより位相の平均値からの回転変動量 (wow-flutter) を求めることができる.

3.6. 瞬時回転周波対時間曲線 (ステップ)

補正後の瞬時位相対時間曲線から補正後の瞬時周波数対時間曲線が得られる.

4. 解析精度の検討

4.1. 一括変換と短時間変換法による結果の比較

本研究ではステップ から を短時間の変換を多数回繰り返して分析対象の信号の瞬時周波数を求めているが, DFT の点数を大きくとれば, 数十秒の長さの信号を一括して変換してステップ まで一気に到達することができる. 処理時間上では後者の方が有利である. 本研究で前者を用いる理由は, リアルタイム性を上げるには長時間の信号をまとめて扱う方法は不利であること, 信号の周波数の時間的変化をより強調して検出できるようにするためである. Fig.10 に Fig.3 の変形波形を含む 2.73 秒の信号を一括変換 (時間窓長: 131,072 点) で求めた場合 (long-time transform) と多数回の短時間変換 (時間窓長: 64 点) により求めた場合 (short-time transform)

の比較を示す. 横軸はデータ番号が 800 のところに異常波形の中心がある場合のステップ の結果を示したものである. 両方法ともほぼただし回転周波数 30Hz が求められているが, 短時間変換の方が異常な歯に対応する周波数の変化の幅が大きく, また短い時間幅に限られている. この結果から, 短時間窓を多数回用いた変換法の方が局所的な異常回転変動を見つけやすいことが分かる.

ただし, Fig.10 の結果の意味するところは, 短時間変換法の方が局所的周波数変動を強調して検出できることを示しているのであって, 「真の瞬時回転周波数」により近いということの意味するものではない.

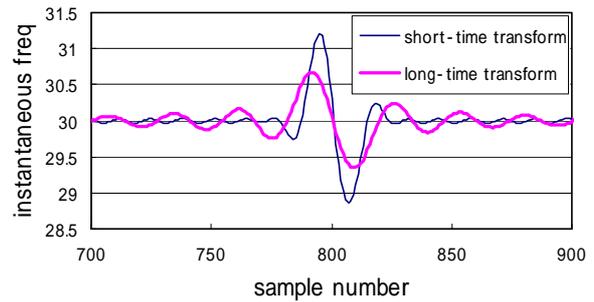


Fig.10 Instantaneous-frequency/time curves obtained by the short-time and long-time transforms.

4.2. 時間窓長の効果

短時間窓長の方が時間と振幅の両方で分解能がよいことが分かったが, どの程度短くできるかの判断が必要である. Fig.11 は時間窓長 (サンプル点数) を 32, 64, 128, および 256 点としたときの瞬時周波数の補正前の結果 (ステップ) を示す. 32 点では瞬時周波数の推定の平均値が真値より 4.3% ほど低下している. 64 点以上では 0.16% 以下に納まっている. また, 128 点以上では周波数の変化の幅が減少する. この結果から, 今回の例では 64 点が適当であると言える. 32, 64, 128 点の窓長に含まれる波の数はそれぞれ 2.4, 4.8, および 9.6 なので, 推奨時間窓長は 5 波程度のパルス波形を含む場合であると言える.

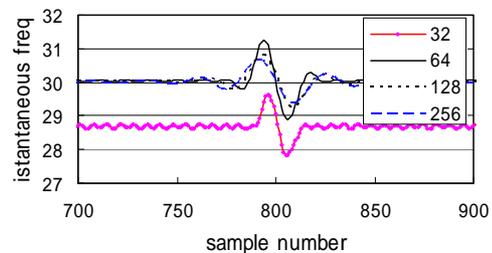


Fig.11 Dependence of the instantaneous frequency on the window length.

4.3. 補正の効果

Fig.11 に示すように、64 点の時間窓の場合、補正前の平均周波数（ステップ）は定常回転時の 30Hz に対して若干（0.16%）大きめになっている。これをステップの補正を行って求めなおした結果（ステップ）では 0.0074% まで低下する。Fig.12 は補正前後の瞬時周波数を示したものである。1 回転ごとに 2 増加する位相情報を利用することで 1/20 程度まで計算誤差を低減することができる。

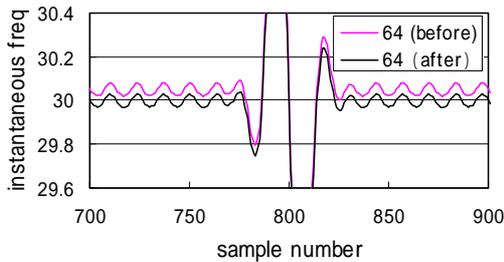


Fig.12 Improvement of the instantaneous frequency estimation by the correction at step .

4.4. 高次回転変動の検出限界

これまで、Fig.1 の回転検出器モデルにより Fig.2 および Fig.3 に示す定常回転に局所的な回転変動を含む信号を作成し、それを用いて各ステップにおける手法の評価を行った。定常時の平均回転数については十分な精度で求められることが知られたが、Fig.3 に示す局所的な回転変動では正確な変動量が知られていないので、定量的な分析精度を評価することができていない。

ここでは、Fig.2 の回転検出器モデルの回転体が 30 Hz の一定回転に、1 回転あたり 1 回、振幅が 1 (Hz) の正弦波 1 波分の回転変動が加わったものとする。そのときに回転検出器モデルにより得られる信号を用いて局所的な回転変動の分析精度の検討を行う。

Fig.13(a) はパースト波の長さがサンプル点数で 53, 40, 27, および 13 のときの回転周波数の一部分を示す。パースト波の長さは回転角度にしてほぼ 12 度, 9 度, 6 度および 3 度に対応する。ギア対応ではそれぞれ、4, 3, 2, および 1 歯周期分である。これらの回転変動を有する回転体に回転検出器モデルを適用して作成した信号を分析した結果を Fig.13(b) に示す。解析条件は 64 点 FFT を用い、正の 1 次成分の検出用バンド幅は $0.5 f_1 \sim 1.5 f_1$ (f_1 は 1 次成分の最大スペクトル周波数) とした。

パースト波の幅が回転角度で 9 度（歯数 3 個分）以上の場合はほぼ正確に局所的な回転変動を検出できていることが分かる。パースト波の幅が 6 度でも実用的には許容できる範囲である。この範囲では時間的にもさほど広がりを見せずに検出できている。今回の計算例では、基本回転数（1 次）に対して 60 次程度までの正弦波的な回転変動は局所的であって

ば（振幅推定誤差 20% で）検出できると言える。それ以上の次数成分に関しては検出感度が低下する。

正弦波の波数が多くなると過渡的な部分の影響が少なくなるので同程度以上の精度で検出が可能であるといえる。また、別の数値計算例で 0.5 次から 10 次までの各調波成分を含んだ回転変動の場合でも分離可能であることを確認している。

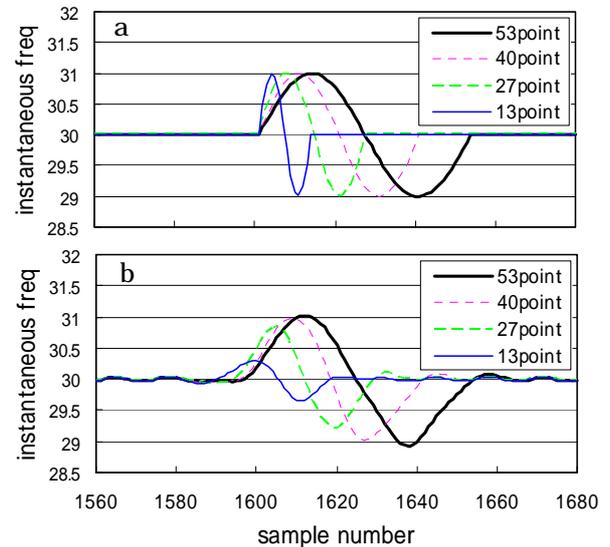


Fig.13 Instantaneous rotation frequencies of the model rotor (a) and the instantaneous rotation frequencies calculated from the output signals of the rotation detector model by the proposed method (b).

4.5. ランダムな回転変動の除去による角度依存性変動成分の抽出

Fig.3 の信号（太線）は回転にむらがない場合のものである。通常は回転むらが含まれており、回転角度依存性の回転速度変動の検出が困難になる。例えば、クランク角度に依存した回転変動を検出することを目的にして時間軸上で平均化しても、エンジンの燃焼の不均一性によるランダムな回転変動のためにその検出が困難な場合が多い。それを補正後の瞬時位相対時間曲線（Fig.9 の）を利用して角度軸に変換してから平均することにより、角度依存性の変動成分（例えば、Fig.3 の細線や Fig.13(a) で示す波形による回転変動）を正確に取り出すことができる。ここでは、ランダムな回転変動を有する回転パルス信号を使って角度軸上での平均の効果を確認する。

まず、長時間の回転角度に依存しないランダムな信号 $r(t)$ を以下の手順で作出す。

- (1) ± 1 の範囲でランダムな信号を発生する。
- (2) DFT を行い、基本回転周波数（30 Hz）の 1/4 から 40 倍の周波数成分のみを含むように帯域制限する。
- (3) IDFT により時間軸信号に変換する。
- (4) 実効値が 1 になるように振幅を補正する。

Fig.2 に示す変形した歯を有する検出器モデルのギアが一定回転周波数($f_r = 30$)に上記の実効値1のランダム信号 $r(t)$ を加えた瞬時回転周波数を有するものとして、検出器信号を作成し、回転角度上で平均化することにより、ある一定の角度で常に発生する回転角度依存性の回転変動の検出を試みた。

Fig.14(a)に1回転分の波形(平均なし)の一例, Fig.14(b)に200回転平均後の結果を示す。ランダム回転変動無しの場合の角度依存性の瞬時回転周波数の変動成分がほぼ再現されていることが分かる。

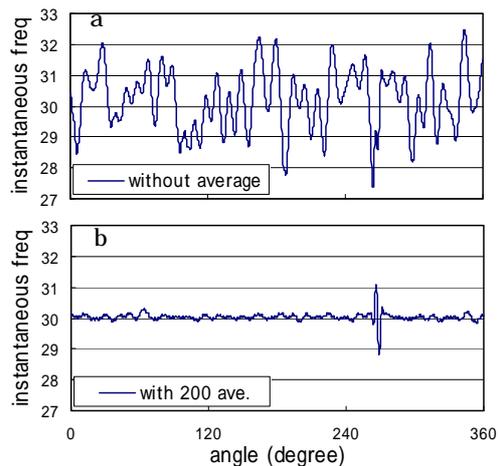


Fig.14 Removal of random rotation fluctuations by the averaging on the rotation angle axis.

5. まとめ

解析的信号法あるいはヒルベルト変換法は信号の周波数を求めるために有効な手法であることが知られている。ここでは、通常の振動・騒音で用いられるさほど高速でないサンプリング周波数(48 kHz)と1回転あたり120パルスの回転パルス信号を用いて、解析的信号法により回転体の回転速度がどの程度正しく求められるかについて定量的に検討した。

局所的に回転変動があるには、信号全体を一度に変換して解析的信号法を適用するよりも、ハニング窓等の時間窓を用いて各時刻ごとに短時間の信号を切り出して周波数を求める方が、時間的局在性を高めさらに大きな周波数変動量として検出できる上で有利であることが分かった。短時間の程度に関しては5波前後のパルス数が時間窓に含まれる場合が適当であることを確認した。時間幅が短くなると推定周波数に若干のバイアスエラーが生じるので、得られた位相対時間曲線を補正することの有効性についても明らかにした。局所的に正弦波の回転変動を有する場合の検討では、基本回転数の60次程度の成分までほぼ正しく検出できることが知られた。さらに、ランダムな回転変動を有する回転パルス信号を作成し、回転角度軸上で平均化することにより、0~360度内の回転角

度依存性を有する回転変動を検出できることを確認した。

参考文献

- (1) 石原 章, 杉戸 博, 西山利彦: ヒルベルト変換法による歯車回転挙動の測定, 学術講演会前刷集 952, p.1105-108 (1995-5) .
- (2) 大原康司, 北川福郎, 清水光一: ヒルベルト変換法を用いたトランジェント歯車回転挙動計測 - 加速時噛合い騒音への適用 -, 自技会学術講演会前刷集, No.117-02, p.5-8 (1995-5) .
- (3) 山口寛樹, 山浦広己, ギヤラトル音解析 - ギヤ噛合いモデルと挙動推定のための信号処理, 自技会学術講演会前刷集, No.11-08, p.5-10 (2008-5) .
- (4) Hideo Suzuki, Shigeru Morita, and Takeo Shindo: On the Perception of Phase Distortion, JAES, Vol.28, No.9, p.570-574 (1980) .
- (5) Leon Cohen, *Time-Frequency Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1995) .
- (6) Tomoko Wakayama, Maki Nagashima, Osamu Yamazaki, and Hideo Suzuki, Comparison of violin vibratos among four virtuosos, Proceedings of ISMA 2004, 4-S2-2 (2004) .
- (7) Hideo Suzuki, : Instantaneous frequencies of signals obtained by the analytic signal method, Acoust. Sci. & Tech. Vol.27, No.3, p.163-170 .
- (8) John B. Thomas, *Statistical Communication Theory*, Wiley, New York, 650-652, 1969.