

図 7.47 連成によるモードの変化

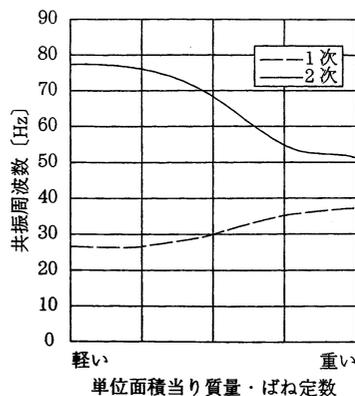


図 7.48 連成共振周波数の変化

(山崎一郎)

の音響管の一端に、37.0 Hz に共振をもつマスばね系 (図 7.47(b)) を接続し、連成解析を行うと、パネル振動と空洞共鳴が連成し、周波数の変化が観測される。

1 次の固有モード (33.8 Hz) では、音響管の端面に付けられたマスばね系がばね領域で作用するたが、端面の音圧上昇に伴いパネルが外側に振動する。これは音響管からみると、あたかも長さが長くなったような挙動を示す。一方、2 次の固有モードでは、振動系はマス領域での挙動を示すため、圧力が作用する方向と逆方向に変位することが確認できる。音響系からみると、音圧分布から、空気の流速がパネルと同じ向きを向いており、パネルの振動速度と流体の振動速度が一致するという境界条件式(7.182)とあわせて考えると、合理的な現象であることがわかる。

連成の程度

図 7.47(a)と同じ音響管を用い、振動系の共振周波数を一定とし、質量・ばね定数を同時に変化させ、1次、2次共振周波数の変化を調べた (図 7.48)。

その結果、質量が非常に重い (ばね定数が大きい) 状態では、連成系の共振周波数は、非連成系と変わらず、逆に質量が非常に軽い状態では、音響管は振動系との接合面を大気開放したのと同様の特性を示すことがわかった。

すなわち、単位面積当りの質量が軽い状態では、音響管の振動系はたがいに影響を及ぼしあうため、連成解析が不可欠であり、逆に重い場合には、連成解析が不要であることが類推できる。

7.3.5 振動・音響相反定理

相反性 (相反定理) は電気、機械 (音響) の分野で広く成立するもので、多方面で利用されている。いくつか例をあげると

(1) 相互校正法によるマイクロホンの絶対感度校正

音響計測にとって相反性の最も重要な応用である。これにより高精度なマイクロホンの感度校正が可能となる。

(2) 音源と受音点間の周波数応答関数の置換え測定

音源の各部の振動が注目する観測点にどの程度寄与するかを表す周波数応答関数を、音源と観測点を入れ換えることにより、測定が容易になる。

(3) アクティブ騒音制御における放射パワー低減効果の評価

元音源と付加音源との間の相互放射インピーダンスの相反性から、パワーの低減度を評価することができる。

(4) モード解析における周波数応答関数の測定点数の低減

モード解析では自由度を N とすると N^2 個の周波数応答関数が必要であるが、相反性を利用することで N 回の測定回数ですむ。

このように、相反定理は身近に使われているものである。電気、機械・音響系全体に関する相反性については、文献(8), (9) で詳しく述べられている。ここでは、電気系、機械系、音響系、電気音響変換器における相反性について述べる。

(1) 相反定理 (reciprocity principle) の定義

相反性については、線形性をもつ電気四端子回路

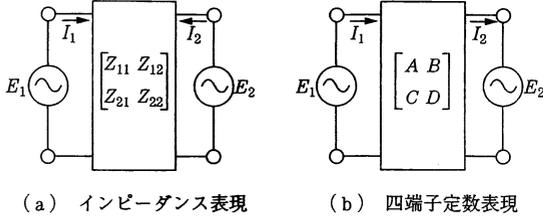


図 7.49 四端子電気回路

を例にとるとわかりやすい。図 7.49 の回路の入出力系をつぎのように表す。

$$\begin{cases} E_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ E_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad (7.187)$$

例えば、 Z_{11} は端子 2 側を開放 ($I_2 = 0$) したときの、端子 1 側の電圧 (E_1) の電流 (I_1) に対する比である。また、 Z_{21} は同じ条件での、端子 2 側の出力電圧 (E_2) の端子 1 側の入力電流 (I_1) に対する比である。

相反性とは四端子網を式(7.187)のようにインピーダンスマトリックス $[Z]$ で表したときに

$$Z_{12} = Z_{21} \quad (7.188)$$

が成立することである¹⁰⁾。式(7.188)は、「1-1' 側から電流を流し、2-2' を端子解放したときの電圧と入力電流との比が、2-2' に電流を流し、1-1' を端子解放したときに現れる電圧と入力電流との比と同じである」ことを表している。

図 7.49(b) のように電流の向きを逆にとり、四端子回路網を四端子定数と呼ぶマトリックスで表す方法もある¹¹⁾。

$$\begin{cases} E_1 = AE_2 + BI_2 \\ I_1 = CE_2 + DI_2 \end{cases} \quad (7.189)$$

I_2 の向きの違いを考慮して式(7.188)を式(7.187)の形に書き換えて比較すると

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A/C & (AD-BC)/C \\ 1/C & D/C \end{bmatrix} \quad (7.190)$$

の関係が得られる。四端子定数の場合の相反性の表現はその行列式が 1 となることである。四端子定数のこの性質は回路を縦続接続したときの相反性の評価に利用できる。

$$AD - BC = 1 \quad (7.191)$$

通常のインダクタンス、キャパシタンス、および抵抗からなる受動回路では相反定理が成り立つことが知られている。

〔2〕 振動系の相反性

質量、ダッシュポット、ばねの 3 要素からなる図 7.50 の振動系を考える。 f_i は i 番目の質量に作用する力、 x_i は i 番目の質量の変位である。それぞれの質量について運動方程式を立てるとつぎのような¹²⁾。

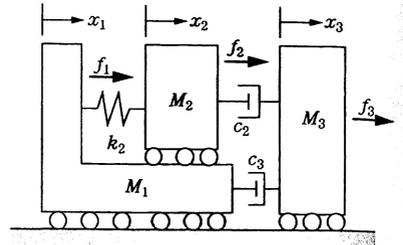


図 7.50 質量、ばね、粘性抵抗からなる機械系

$$\begin{aligned} f_1 &= M_1 \left(\frac{d^2 x_1}{dt^2} \right) + \frac{c_2 d(x_1 - x_3)}{dt + k_1(x_1 - x_2)} \\ &= \left[M_1 \left(\frac{d^2}{dt^2} \right) + c_2 \left(\frac{d}{dt} \right) + k_1 \right] x_1 \\ &\quad - k_1 x_2 - c_2 \left(\frac{d}{dt} \right) x_3 \end{aligned} \quad (7.192)$$

$$\begin{aligned} f_2 &= M_2 \left(\frac{d^2 x_2}{dt^2} \right) + \frac{c_1 d(x_2 - x_3)}{dt + k_1(x_2 - x_1)} \\ &= -k_1 x_1 + \left[M_2 \left(\frac{d^2}{dt^2} \right) + c_1 \left(\frac{d}{dt} \right) + k_1 \right] x_2 \\ &\quad - c_1 \left(\frac{d}{dt} \right) x_3 \end{aligned} \quad (7.193)$$

$$\begin{aligned} f_3 &= M_3 \left(\frac{d^2 x_3}{dt^2} \right) + \frac{c_1 d(x_3 - x_2)}{dt} + \frac{c_2 d(x_3 - x_1)}{dt} \\ &= -c_2 \left(\frac{d}{dt} \right) x_1 - c_1 \left(\frac{d}{dt} \right) x_2 \\ &\quad + \left[M_3 \left(\frac{d^2}{dt^2} \right) + (c_1 + c_2) \left(\frac{d}{dt} \right) \right] x_3 \end{aligned} \quad (7.194)$$

角周波数 ω の単一周波数の振動を仮定し、 $d/dt = v_i$ 、 $d/dt = j\omega$ を用いてマトリックスの形に直すとつぎようになる。

$$\begin{bmatrix} [j\omega M_1 + c_2 + k_1/j\omega] & -k_1/j\omega \\ -k_1/j\omega & [j\omega M_2 + c_1 + k_1/j\omega] \\ -c_2 & -c_1 \\ & -c_2 \\ & -c_1 \\ [j\omega M_3 + (c_1 + c_2)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (7.195)$$

ここで、 V_i および F_i は複素振幅である。左辺のピーダンスマトリックスは対称 ($Z_{ij} = Z_{ji}$) でありその逆行列であるアドミッタンスマトリックスも対称行列となる。

$$[Y]\{F\} = \{V\} \quad (7.196)$$

すなわち、 i 点にある大きさの力を加えたときの速度は、 j 点に同じ大きさの力を加えたときの速度に等しいということである。相反性 $Z_{ij} = Z_{ji}$ が成り立つことは、 i 番目の質量と j 番目の質量なぐダッシュポットおよびばねに関して、 i 番目番目の式のなかでそれぞれ、 $Z(V_i - V_j)$ および $Z(-V_i)$ (Z は $j\omega c$ または k) という形で入るから

(95)の形で表現すると $Z_{ij} = Z_{ji}$ となる。分布定数系なる連続体の場合も、上述の集中定数からなる3次元の合成として表現できることを考えると、線形の電気系であれば相反性は広く成立すると考えることができる。

3) 音響系の相反性

任意の音場に x_s に点音源があるときの、 x の音圧

$$(\Delta + k^2) G_k(x|x_s) = -4\pi\delta(x-x_s) \quad (7.197)$$

がグリーン関数で与えられ、グリーン関数は

$$G_k(x|x_s) = G_k(x_s|x) \quad (7.198)$$

が成り立つこと、相反性が成り立つとされる (Δ : ラプラシアン, k : 波数, x_s : 音源位置, x : 受音位置)。

もう少しなじみやすい説明は文献13)に述べられて

いる。任意の閉空間が S_1, S_2, S_3, \dots という面をもち、

それらが異なる二つの速度分布 v' および v'' をもち、

圧分布 p' および p'' を生じるものとする

$$\iint_{(S_1, S_2, \dots)} (p'v' - p''v'') ds = 0 \quad (7.199)$$

が成立するといわれる。有限の大きさの S_1 を V_1 で

振動する平板の面積とし、 S_2 を V_2 で呼吸振動

する波長より十分小さい微小球の表面積とする。 v'

の速度分布では S_1 だけが振動しそのときの S_2 上の音

圧を P_{21} , v'' の速度分布では S_2 だけが振動し、その

ときの S_1 上の音圧を P_{12} とする。さらに

$$\iint_{S_1} P_{21} ds = F_{21} \quad (7.200)$$

$$\iint_{S_2} V_2 ds = U_2 \quad (7.201)$$

と

$$\frac{F_{21}}{U_2} = \frac{P_{12}}{V_1} \quad (7.202)$$

が成り立つ。式(7.202)の左辺はピストンがマイクロ

フォンとして動作するときの受音特性であり、右辺はス

ピーカーとしての音源特性であり、それらが等しいこと

が示されている。

相反性はどのような音場でも成り立つのであろう

か。これに関しては、音場の境界が“locally

active”な場合は成立するが、ある種のモデルで表

されるような多孔質吸音面があるときには相反性が

成立しない、という研究成果があることが述べられて

いる。

4) 電気音響変換器の相反性

電気音響変換器の相反性については、文献8),9)で

述べられている。そこでは、相反性を可逆性と

区別している。また、式(7.188)に対して

$$Z_{21} = -Z_{12} \quad (7.203)$$

が成り立つ系の性質を反可逆性と呼んでいる⁸⁾。この性質をもつ系はジャイレータと呼ばれることもある¹⁰⁾。

まず、動電型変換器の場合について述べる。電気端子に加える電圧、電流と振動面に加わる力 (F) および速度 (V) の関係は、式(7.204)で与えられる^{8),9)}。

$$\left. \begin{aligned} E &= Z_e I + A V \\ F &= -A I + Z_m V \end{aligned} \right\} \quad (7.204)$$

ここで、 Z_e は入力電気抵抗、 Z_m は機械抵抗、 A は力

係数と呼ばれる定数である。式(7.188)または(7.203)

と対応させると、後者に対応する形をしている。こ

こで、電気音響変換器の相反性を議論するときに注意し

なければならないのは、入力と出力の物理量が異なる

ことである。表7.5はインピーダンスアナロジーとモ

ビリティアナロジーのときの機械系と電気系の対応の

仕方を示したものであり、どちらの対応を用いること

も可能である。式(7.204)をモビリティアナロジーを

用いて書き直すと

表7.5 インピーダンスアナロジーとモビリティアナロジー

機 械 系	電 気 系	
	インピーダンスアナロジー	モビリティアナロジー
力 (F)	電圧 (E)	I
速度 (V)	電流 (I)	E
質量 (M)	インダクタンス (L)	C
ばね (k)	キャパシタンス ($1/C$)	$1/L$
抵抗 (r)	抵抗 (R)	$1/R$

$$\left. \begin{aligned} E &= \left(\frac{Z_e + A^2}{Z_m} \right) I + \left(\frac{A}{Z_m} \right) F \\ V &= \left(\frac{A}{Z_m} \right) I + \left(\frac{1}{Z_m} \right) F \end{aligned} \right\} \quad (7.205)$$

となる。この形は式(7.188)に対応する。このように、

異なる物理系を入出力にもつ変換器は物理量の対応の

仕方により、見方が変わるという点が重要である¹⁴⁾。

文献12)では

$$|Z_{12}| = |Z_{21}| \quad (7.206)$$

が成り立つ電気音響変換器を符号の区別をせずに

“reciprocal transducer”と呼んでいる。静電型の変換

器の場合は、電磁型の場合と逆で、インピーダンス

アナロジーのとき、可逆性、モビリティアナロジーの

とき反可逆性と見なすことができる。どちらの場合

も、“reciprocal transducer”である。同種の変換器

を縦続接続すると可逆性を満たし、異種どうしを縦続

接続すると反可逆性となることも知られる^{8),14)}。

文献8)では、電気音響変換器そのものについては可

逆性の議論はせず、変換器を組み合わせた電気の入出

力系の場合についてのみ可逆性(式(7.188)), 反可逆

性(式(7.203))の呼び方を適用している。文献9)では、異なる物理系に対しても符号の違いを含めて可逆性と呼んでいるが、対応の仕方(表7.5)で符号が変わることには言及していない。文献8),9)では、電磁型と静電型の変換器が混在する電気音響変換系については、「非」可逆性になる場合があることも述べている。

電気音響変換器における相反性の最も重要な利用法が3個の変換器を用いた相互校正法である。これに関しては文献8),9),12)~17)などで詳しく述べられているので、紙面の都合上ここでは省く。ただし、文献によっては3個とも相反性を満たす同種の変換器を用いる方法について述べているが、最低限1個の相反性を満たす電気音響変換器さえあれば実現できることに注意すべきである。(鈴木英男)

7.3.6 音響放射効率

構造系の振動と音響パワーを関係づけるものとして式(7.207)¹⁰⁾で定義される音響放射効率が一般的に用いられている。

$$\sigma = \frac{W_a}{\rho c S \bar{v}^2} \quad (7.207)$$

ここで、 W_a は面積 S の構造体から放射される音響パワー、 \bar{v}^2 は時間-空間2乗平均振動速度である。

波長に比べて十分大きい剛壁面がピストン運動を行うと、近傍の媒質粒子は壁面と同じ速度で振動し、 $p = \rho c v$ の音圧が発生する。この場合放射音響パワーは $W_a = S p \bar{v} = S \rho c \bar{v}^2$ となり $\sigma = 1$ である。

このように、音響放射効率は構造体の単位面積当りの音響パワーと、構造体と同じ平均速度で振動している非常に大きい($ka \gg 1$)ピストン音源の単位面積当りの音響パワーの比になる。効率という用語が誤解されやすいが、音響放射効率が1以下でなければならない物理的理由はない。7.3.3項で述べた各音源の放射効率は比放射インピーダンス(radiation impedance ratio)の実部に等しい。図7.43から無限平板上の進行波の放射効率は1より大きく、コインシデンス周波数で無限大になる。しかし、実用上の放射効率は1以下か1に近い値である。

式(7.207)の両辺の常用対数を取り、適当な基準値を導入してレベルで表示すると

$$10 \log \sigma = L_w - L_v - 10 \log S \quad (7.208)$$

の関係が得られる。ここで、 L_w は基準値 10^{-12} Wのパワーレベル、 L_v は基準値 5×10^{-8} m/sの振動速度レベルである。式(7.208)は構造系の振動と音響パワーを関係づける式として有用である。例えば、残響室法による音響パワー測定に適用すると

$$10 \log \sigma = L_p - L_v + 10 \log \frac{A}{4S} \quad (7.209)$$

の関係が得られ、拡散場の音圧レベルと対象物の振動速度レベルの測定結果から放射効率が実験的に求められる。

放射損失係数の定義 $\eta_{\text{rad}} = W_a / \omega E$ に式(7.207) $E = m_p S \bar{v}^2$ を代入すると

$$\eta_{\text{rad}} = \frac{\rho c S \bar{v}^2 \sigma}{\omega m_p S \bar{v}^2} = \frac{\rho c \sigma}{\omega m_p} \quad (7.210)$$

の関係が得られる。これより放射損失係数は放射面に比例し、面密度に反比例することがわかる。これを利用して残響時間法などによる損失係数の測定結果から放射効率を求めることが可能である。この方法は対象物の振動を測定する必要がないので、不規則な物体に対して有効と考えられるが放射損失が他のエンピングメカニズムによる損失より十分大きいことが前提であり、空気中ではむずかしいといえる。

実際の構造物の音響放射効率は、境界条件、モード数、振動モード、パツルの有無などの条件によって変わる。これらの詳細は第4編5.1.4項に記述される。(赤松克昭)

7.4 振動エネルギーから見た制振

7.4.1 振動エネルギーの扱い方

5.5節で述べているように、パッシブ制振、セミアクティブ制振、アクティブ制振により振動系の外部からの振動エネルギーの供給の量によってその手法が分類することができる。

[1] パッシブ制振

構造改良、制振材料の適用、ダンパなどの制振材の付与(例えば、本編5章の図5.60に示す2ステップ型振動絶縁、 m_2 としてはサブフレームの活用など)によって、振動エネルギーの一時貯蔵、伝達経路を断ち、振動絶縁)の分布調整とエネルギー消散を行うのである。また、防振材料のもつ非線形、各種依存性などの特性を適合させ、その効果を増大させるものがある。

与えられた条件に対して、受動的な構造の最適化より、振動エネルギーを抑制する手法である。この制振とは、単にエネルギーの消散だけでなく、振動エネルギーの移動、貯蔵や遮断などの手法とともに対象の振動系のエネルギーバランスを目標に合わせる手法も含まれる。ここでは、広義の制振と呼んでいる。

[2] セミアクティブ制振

セミアクティブ制振の基本的な考え方は、動的な