

図 2.96 測定周波数による測定方法の分類

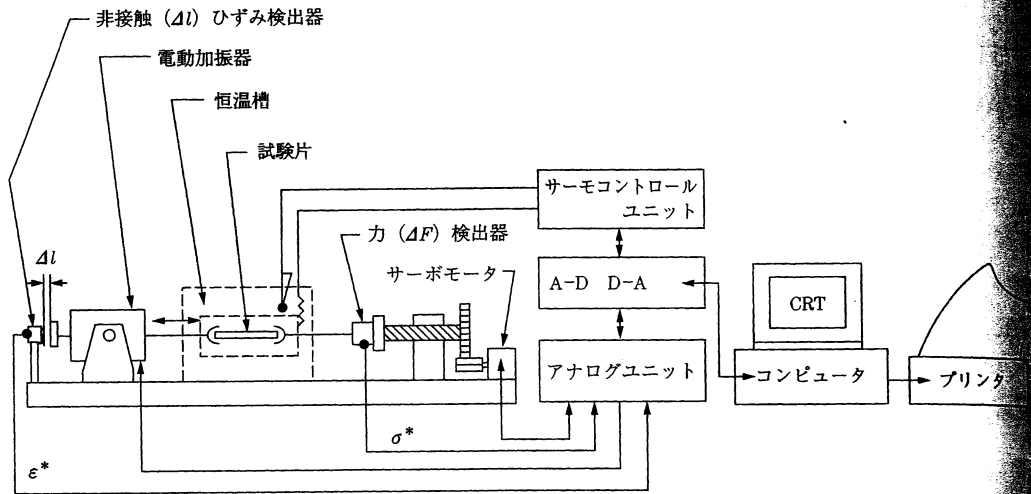


図 2.97 スペクトロメータの構成 ((株)東洋精機製作所製:レオログラフソリッド)

が可能であるが、引張モードでの試験が厳密な物理量として扱われることが多い。

制御部は、測定の制御方式により制御項目が異なる。応力制御方式では応力を一定に制御し、試料の変形量を検出するのに対して、ひずみ制御方式では変形を一定に制御して、応力を検出している。また、これら以外に恒温槽の温度コントロール、加振器の振動の制御が行われる。

つぎに測定原理についてひずみ制御方式のスペクトロメータを例に述べる。

動的粘弾性の測定では、加振器で振幅 Δl_0 の正弦的ひずみを試料に与えると、変位計により変位 $\epsilon^*(t)$ が求められる。

$$\epsilon^*(t) = \Delta l_0 e^{i\omega t} \quad (2.256)$$

このときの試料に生じる正弦的応力 $\sigma^*(t)$ がロードセルにより検出され、弾性率の定義から複素弾性率 $E^*(i\omega)$ が求められる。

$$\sigma^*(t) = E^*(i\omega) \epsilon^*(t) \quad (2.257)$$

複素弾性率 $E^*(i\omega)$ は、貯蔵弾性率 E' 、損失弾性率 E'' を用いて、式(2.258)で表される。

$$E^*(i\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega) \quad (2.258)$$

一方、検出された応力 σ^* もベクトルとして (2.259) のようにひずみベクトルと同位相成分 σ' と $\pi/2$ だけ位相が進んだ成分 σ'' に分解することになる。

$$\sigma^* = \sigma' + i\sigma'' \quad (2.259)$$

この σ' と σ'' と変位 ϵ^* から、貯蔵弾性率 E' 、弾性率 E'' 、損失正接 $\tan \delta$ が下記の式により求められる。

$$E'(\omega) = \frac{|\sigma'|}{|\epsilon^*|} \quad (2.260)$$

$$E'' = \frac{|\sigma''|}{|\epsilon^*|} \quad (2.261)$$

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'} \quad (2.262)$$

(石井)

2.4.9 極零モデルフィット法

材料の損失係数 (ダンピングファクタ) を正定することは、機器の低騒音化にとって重要で

はりの共振特性（周波数応答関数，以下，測定する）を測定し，半値幅法により求めることができる。しかしながら，半値幅法は，損失係数が増えると3dB低減するまでに隣接する共振が現れる。逆に，損失係数が非常に小さなFRFを求めるためズーム手法による測定が必要となる，などの欠点がある。

損失係数の測定にはモード解析の曲線適合（カーブフィット）の手法を用いることも行われている。しかしながら，一般的に用いられるカーブフィットのモデルは共振特性を陽な形で表現する形式であり，共振と共振の間に存在する反共振の特性から決められてしまう。このため，反共振から損失係数を求めるという目的には使用できない。

極零モデルはカーブフィットのモデルとして極零モデルの方法について述べる¹¹⁾。このモデルは共振も反共振も同じ形式で独立にパラメータを設定できる。共振および反共振での損失係数を求めることができる。

極零モデル

損失係数は図2.98のような設定により，駆動点の測定し，半値幅法やカーブフィットにより求められ，モード解析でよく用いられるモデル（モビリティ）は式(2.263)と与えられる⁹⁾。

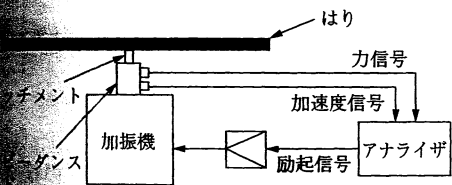


図2.98 中央加振による損失係数の測定系

$$X(\omega) = \sum_{n=1}^N \frac{(j\omega/m_n)}{[\omega_n^2 - \omega^2 + j(\omega_n\eta_n)\omega]} + \frac{1}{j\omega(m_0 + c_M/j\omega)} + \left(\frac{j\omega}{k_0 + j\omega c_K} \right) \tag{2.263}$$

ω_n および η_n は n 次モードの共振周波数および損失係数である。 c_M, c_K は通常省略される。これはその等価電気回路を示したものである。損失係数測定のための極零モデル（インピーダンスまたはモビリティ）はつぎの四つの形式で与えられる。

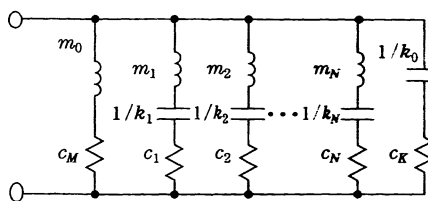


図2.99 共振を基本とする従来型の等価電気回路モデル

$$X_{A\pm}(\omega) = \frac{H(\omega_1^2 - \omega^2 + j\omega_1\eta_1\omega) \cdots (\omega_{2N\pm 1}^2 - \omega^2 + j\omega_{2N\pm 1}\eta_{2N\pm 1}\omega)}{j\omega(\omega_2^2 - \omega^2 + j\omega_2\eta_2\omega) \cdots (\omega_{2N}^2 - \omega^2 + j\omega_{2N}\eta_{2N}\omega)} \tag{2.264}$$

$$X_{B\pm}(\omega) = \frac{j\omega H(\omega_2^2 - \omega^2 + j\omega_2\eta_2\omega) \cdots (\omega_{2N}^2 - \omega^2 + j\omega_{2N}\eta_{2N}\omega)}{(\omega_1^2 - \omega^2 + j\omega_1\eta_1\omega) \cdots (\omega_{2N\pm 1}^2 - \omega^2 + j\omega_{2N\pm 1}\eta_{2N\pm 1}\omega)} \tag{2.265}$$

ここで，式(2.264)は片持ちりのインピーダンスまたは両端自由ばりのモビリティを表し，式(2.265)は片持ちりのアドミタンスまたは両端自由ばりのモビリティを表す。±の記号は高域の限界が極で終わるか零で終わるかを表すものである。

〔2〕カーブフィットの方法

従来のカーブフィットの方法は式(2.266)の2乗誤差 λ を最小にする，いわゆる最小2乗法が用いられる⁹⁾。

$$\lambda = \sum_{m=1}^M |A(\omega_m) - X(\omega_m)|^2 \tag{2.266}$$

ここで， $A(\omega)$ および $X(\omega)$ は，それぞれ，測定およびモデルから得られるインピーダンスまたはモビリティ特性（複素数）である。 M はフィットに使用する帯域内の周波数の点数である。 $A(\omega), X(\omega)$ ともに，真数を用いており，値が大きい山の周波数領域ではフィットの精度が同程度の場合，誤差への寄与度が大きく結果的によくフィットできるが，谷では逆にフィット精度が低下する問題がある。この問題に対する解決法として二つの方法がある。一つは実測とモデルのFRFのデシベル値をとり，式(2.266)の形をそのまま適用する方法である（以下，デシベル法と呼ぶ）。もう一つは式(2.266)の右辺の各項を実測のFRFのパワーで正規化し，その和を誤差関数として定義する方法である（以下，正規化法と呼ぶ）。

デシベル法では，極零モデルを用いて共振，反共振ともにフィットする目的のために式(2.267)を用いる。

$$\lambda_{dB} = \sum_{m=1}^M |A_{dBm}(\omega) - X_{dBm}(\omega)|^2 \tag{2.267}$$

ここで， A_{dBm} はフィットの対象となるFRFのデシベル値， $X_{dBm}(\omega)$ はモデルのFRFのデシベル値である。デシベル値の差の2乗和をとり，それを最小化する。

ることにより、レベルの大小に関係なくフィットすることを目的とする。

誤差関数 λ_{dB} が最小になるモデルのパラメータを決める方法としては、偏分反復法と呼ばれる手法を用いる⁹⁾。偏分反復法とは、測定結果からフィットする周波数帯域内でのモードの数を決め、各モードごとに周波数と損失係数の大まかな推定値を初期値として用い、2乗誤差が少なくなるように初期値を更新することを繰り返して、実測の特性にモデルの特性を収束させる方法である(詳細は文献11)を参照)。

正規化法では、式(2.268)の誤差関数を用いる。

$$\lambda = \sum_{m=1}^M \frac{|A_m(\omega) - X_m(\omega)|^2}{|A_m(\omega)|^2} \quad (2.268)$$

実測によるFRFのパワーで2乗誤差を正規化した値の総和を誤差関数とすることにより、FRFのレベルの大小と無関係にフィットすることができる。実測値とモデルのFRFをフィットする方法はデシベル法の場合と基本的に同じである。

〔3〕 測定データへの適用例

中央加振法により実測したモビリティ特性に上記の手法を適用した結果について述べる。図2.98に示す方法でモビリティを測定し、式(2.264)を適用してカーブフィットを行った。その結果の一例(正規化法)を図2.100に示す。実線は実測のモビリティを、点線はカーブフィットによるモビリティである。40 Hzから200 Hzまでの低減ではフィット具合がよくないが、200 Hzから3 kHzまでは共振、半共振とも非常によくフィットできている。低減でのフィットの不具合に関しては、低域のみを別に測定してより精度の高い実測データを得てその帯域をフィットすると、ほぼ完全にフィットできることが確認されている。

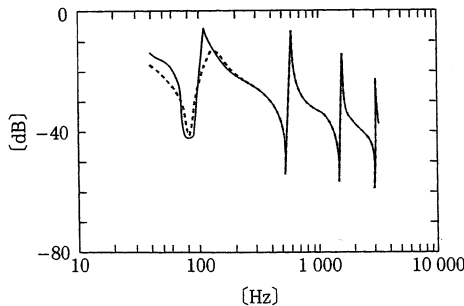


図2.100 極零モデルによるカーブフィットの例

カーブフィットにより求めた損失係数と半値幅法で求めた損失係数を図2.101に示す。半値幅法により求めた結果とカーブフィットにより求めた結果はかなりよい一致を示していることがわかる。

デシベル法と正規化法ではフィット具合に若干の相

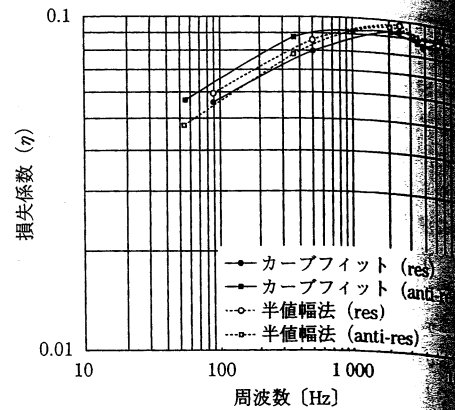


図2.101 カーブフィット法を半値幅法で求めた損失係数の比較

違が見られるが、一般的にデシベル法のほうが結果を示すことが多く収束時間も早いので、デシベル法を使用すれば問題ないと思われる。なお、デシベル法では谷が存在しないような大きな損失係数の場合でもモード分離ができ、正しい損失係数と推定されることを確認している(ただし、モデルが不適切なフィットの場合)。(鈴木)

2.4.10 正規円法¹²⁾

〔1〕 概要

- ・測定範囲：広い範囲の損失係数に対して高精度の損失係数が求まる。
- ・特徴：モード分離を実行し、付加マス、モードの影響を除去。
- ・計測周波数：反共振周波数。
- ・加振信号：ランダム加振。
- ・観測量：機械インピーダンス(f/V)の極(共振点)で評価。
- ・注意点：片持ちはり法では加振力が正確に伝わらないため不適である。

材料の制振特性の評価値である「損失係数」の測定法としては、JIS G 0602:1993で推奨された半値幅法が主流である。しかし半値幅法は損失係数が大きい場合を想定した近似が含まれており、損失係数が0.1以下が限度とされている。さら

の測定で得られる周波数レスポンスには「付加マス」や「付加マス」の影響を受け、さらに損失係数の推定精度が劣化することが知られている。

「正規円法」は、これらの諸問題を解決するより精度の高い損失係数推定法として1999年に提案された。