

電気音響変換器の相反性について*

鈴木英男^{*1}

(1999年1月6日受付)

【要旨】 相反性 (reciprocity) は一般的に成立する物理系の事象である。四端子回路網の入出力の関係をインピーダンスマトリックスで表したときに、 $Z_{12}=Z_{21}$ が成立する場合に相反性を満たすと言われる。一方、ジャイレータと呼ばれる反対の性質を持つ系も存在する ($Z_{12}=-Z_{21}$)。ここでは、相反性及びジャイレータの定義を電気音響変換器に適用した結果について解説する。電磁型及び静電型変換器を縦続接続して、電気入力/電気出力を持つ系を実現するときに、同種の接続では相反性を満たし、異種の接続ではジャイレータの性質を満たすことを分かり易く説明する。相互校正法は異種の変換器の組み合わせでも可能であることを合わせて述べる。

キーワード 電気音響変換器, 相反性, ジャイレータ, インピーダンスアナロジー, モービリティアナロジー

Electro-acoustic transducer, Reciprocity, Gyator, Impedance analogy, Mobility analogy

1. はじめに

相反性 (reciprocity) は電気, 機械, 音響系で広範囲に成立する物理事象である。例えば, 構造物の1点での加振力に対する他の点での振動応答 (例えば加速度) から求めた周波数応答関数は, 一般的な条件下では加振と応答の点を入れ替えても変わらない¹⁾。音響系では, 任意の音響空間で一つの振動板がある速度をもってピストン振動をするときの, もう一つのピストン振動板面に発生する力との関係も同様の性質を有する。

一方で, 受動的な系でもジャイレータと呼ばれる相反性を満たさないものの存在が知られている。電気音響変換器もその一つであると言われている。電気系及び機械音響系, 更にそれらの複合系である電気音響変換器の相反性については文献2)で統一的に説明されている。電気音響変換器に対してジャイレータという言葉は文献3)でも使われている。

相反性はマイクロホンの絶対感度を求める相互校正法の基礎となる重要な性質であり, ここでは相反性に関して分かり易く解説する。なお, 文献2)では相反性に対応して可逆性, ジャイレータの性質に対応して反可逆性, という言葉が使われている。

2. 四端子網と相反性

Fig. 1に示す電気回路の場合に, E を電圧, I を電流とすると,

$$\begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

と表すことができる。 $[Z]$ はインピーダンスマトリックスと呼ばれる。また, Fig. 2に示すように, I_2 の向きを逆にとり入出力の関係を表現した四端子定数マトリックス ($[F]$) も用いられる。

$$\begin{Bmatrix} E_1 \\ I_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_2 \\ I_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式(2)を式(1)の形に書き換えることにより

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A/C & (AD-BC)/C \\ 1/C & D/C \end{bmatrix} \quad (3)$$

の関係があることが分かる。集中受動素子からなる線形性及び双方向性を満たす電気回路の場合には,

$$Z_{12} = Z_{21} \quad (4)$$

が成立することが知られており, その場合には

$$AD - BC = 1 \quad (5)$$

の条件が満たされる⁴⁾。

文献5)ではジャイレータの項で, Fig. 1に示す回路を式(1)で表したとき, 相反性 (reciprocity) とは式(4)が成立することであり, ジャイレータ, (gyrator) とは

$$Z_{12} = -Z_{21} \quad (6)$$

の条件を満たすものとしている。

* Reciprocity of electro-acoustic transducers, by Hideo Suzuki.

^{*1} オンテックアールアンドデー(株)

(問合せ先: 鈴木英男 〒226-8507 横浜市緑区白山 1-16-1 オンテックアールアンドデー(株))

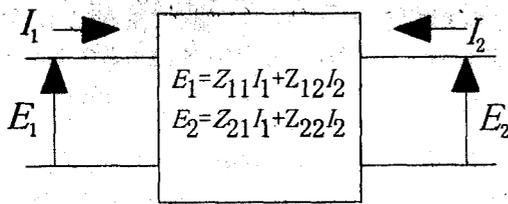


Fig. 1 Representation of a four terminal network by the impedance matrix.

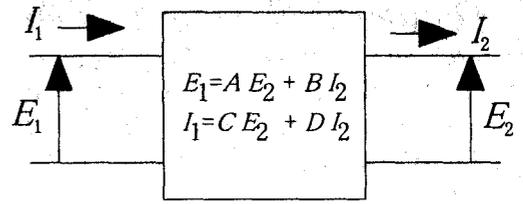


Fig. 2 Representation of a four terminal network by the four terminal matrix.

3. 電気系と機械系（音響系）の対応

今までの定義は入出力が同一の電気系に関する定義であったが、電気音響変換器系の場合は入出力が異なる系に属するので、今まで述べた概念を適用しようとすると、電気系と機械系の物理量の対応の仕方を決める必要がある。電気系と機械系を対応させる方法としては、表-1に示すインピーダンスアナロジーとモービリティアナロジーが知られている⁶⁾。なお、文献2)では前者を電気系I、後者を電気系IIと呼んで機械系と対応させている。

インピーダンスアナロジーは直感的に分かり易いのでよく用いられる。変換器の種類によってはモービリティアナロジーの方が理解し易い場合もある。また、機械系を電気系に変換する場合には、とりあえずモービリティアナロジーでアドミタンスからなる電気回路に変換する方が、機械的に（あまり頭を使わずに）変換できるという便利さがある。

4. 変換器の相反性

変換器の例として電磁型を取り上げる。動電型の電磁変換器の場合、コイルに電圧 E を加えると、電流 I が流れるものとする。また、振動板には力 f が働き、速度 v で振動するものとする。下式が成り立つ^{2),3)}。

$$\begin{aligned} E &= ZI + Av \\ f &= -AI + zv \end{aligned} \quad (7)$$

表-1 インピーダンスアナロジーとモービリティアナロジー

機械系	電気系	
	インピーダンスアナロジー	モービリティアナロジー
力 (f)	電圧 (E)	I
速度 (v)	電流 (I)	E
質量 (m)	インダクタンス (L)	C
剛性 (k)	キャパシタンス ($1/C$)	$1/L$
抵抗 (r)	抵抗 (R)	$1/R$

ここで、 A は力係数 ($=Bl$, B : 磁束密度, l : コイル長) と呼ばれる定数であり、 Z 及び z はそれぞれ、電気インピーダンス及び機械インピーダンスである。式(7)の係数を式(1)と対応させると、式(6)が成立するので、この場合の動電型変換器はジャイレータであると言える^{2),3)}。

一方、速度を電圧、力を電流と対応させて式(7)を書き直すと

$$\begin{aligned} E &= (Z + A^2/z)I + (A/z)v \\ v &= (A/z)I + (1/z)f \end{aligned} \quad (8)$$

となる。このときには式(4)が対応するので、相反性を満たしていると思なすことができる。このように、変換器の場合には二つの系の物理量の対応の仕方により相反性であったりジャイレータであったりする、という一見奇妙な結果となる。

次に、式(7)をインピーダンス対応で $[F]$ 形式に書き換えると

$$\begin{aligned} E &= -(Z/A)f - (A + Zz/A)v \\ I &= -(1/A)f - (z/A)v \end{aligned} \quad (9)$$

となる。このとき、

$$\begin{vmatrix} -(Z/A) & -(A + Zz/A) \\ -(1/A) & -(z/A) \end{vmatrix} = -1 \quad (10)$$

であるから、式(5)で定義される条件を満たさない。

モービリティ対応にすると、

$$\begin{vmatrix} -(A + Zz/A) & -(Z/A) \\ -(z/A) & -(1/A) \end{vmatrix} = +1 \quad (11)$$

となり、式(6)で定義される条件を満たす。このようにモービリティ対応で考えれば、電磁型変換器は式(4)と式(5)による相反性の条件を満たすことになる。

一方、静電型変換器の場合は

$$\begin{aligned} I &= YE + Av \\ f &= -AE + zv \end{aligned} \quad (12)$$

が成立する (A は静電型変換器の力係数)³⁾。これをインピーダンスマトリックスの形式に書き換えると下式となるので、インピーダンスアナロジーで対応させると式(4)の関係 (相反性) を満たす。

$$E = ZI - AZv$$

$$f = -AZI + (A^2 + z)v \quad (13)$$

モービリティアナロジーの形式では

$$E = [Z - (AZ)^2 / (A^2 + z)]I - [(AZ) / (A^2 + z)]f$$

$$v = [(AZ) / (A^2 + z)]I + [1 / (A^2 + z)]f \quad (14)$$

となり、式(6)を満たすのでジャイレータの性質を持つことになる。

以上のように、電磁型変換器と静電型変換器は相反性に関して反対の性質を持っていると言える。更に、機械系と電気系の対応のさせ方で、それらの性質が逆転するので、一つの電気音響変換器がどちらかの性質を有する、と一概に言い切ることはできない。

5. 縦続接続した変換器の相反性

変換器を縦続接続して電気信号が入出力される系を実現したときの相反性については文献2), 3)で述べられている。文献3)では電磁変換器又は静電変換器同士を接続した場合は[F]形式の行列式が1となり相反性を満たし、電磁変換器と静電変換器を縦続接続した場合は行列式が-1になり相反性を満たさない、ことが述べられている。

これらのことは今までに述べたことから容易に予想することができる。変換器を縦続接続する場合は、各変換器の[F]形式のマトリックスの積で系全体の[F]形式マトリックスが得られる。マトリックスの積の行列式は各行列式の積に等しいので、同種の変換器を二つ縦続接続する場合はインピーダンス又はモービリティのどちらの対応関係を用いようが、必ず四端子定数マトリックスの行列式は1となる(1=1×1 or (-1)×(-1))。また、電磁型と静電型変換器の縦続接続の場合は、同じ対応関係を用いる必要があるから、行列式は必ず-1(1×(-1)=-1 or (-1)×1=-1)となり、ジャイレータの性質を持つことが知られる。

6. 相反性と相互校正法

電気音響変換器の相反性(可逆性)とジャイレータとしての性質(反可逆性)に関しては今までの説明で明らかとなった。では、これらの性質から得られる結果をどのように利用できるのだろうか。

文献2)では可逆性を利用した相互校正法について詳しく述べている。そこで使用している性質は(4)式の $Z_{12} = Z_{21}$ である。また、相互校正法では「可逆性のある変換器」と「同種の変換器」を用いることが必要である、と述べている(文献3)でも同様の記述となっている)。しかしながら、今まで見てきたように

一つの変換器は見方によって可逆性でもあり、反可逆性でもあるので、狭い意味で「可逆性のある変換器」という言い方は意味をなさない。また、絶対値だけを考慮する相互校正法の原理は $Z_{12} = Z_{21}$ でも $Z_{12} = -Z_{21}$ でも成り立つ。電気音響変換器の相互校正法では、マイクロホンとスピーカの両方の役割をする変換器さえ反可逆性を含めた広い意味で可逆性を満たすものであれば異種の変換器の組み合わせでも可能である。この点を記述したものとしては文献7)~9)がある。

7. ま と め

電気音響変換器の相反性(可逆性)とジャイレータとしての性質(反可逆性)について、すでに知られていることではあるが、分かり易く解説すると共に若干の新しい見方を提示した。現在はまだ一般的に受け入れられていない、「種類の異なる変換器の組み合わせでも相互校正法の適用は可能である」という見方があっても示した。

謝 辞

本解説をまとめる上で、東北大学名誉教授城戸健一氏(現オンテックR & D会長)に種々の示唆をいただいたことを感謝する。

文 献

- 1) 長松昭男, モード解析入門(コロナ社, 東京, 1993).
- 2) 早坂寿雄, 技術者のための音響工学(丸善, 東京, 1986).
- 3) 城戸健一, 音響工学(コロナ社, 東京, 1982).
- 4) 佐藤利三郎, 伝送回路(コロナ社, 東京, 1963).
- 5) *Encyclopedia of Science and Technology* (McGraw-Hill, New York, 1982).
- 6) E. Skudrzyk, *Simple and Complex Vibratory Systems* (The Pennsylvania State University, State College, PA, 1968).
- 7) L.E. Kinsler and A.R. Frey, *Fundamentals of Acoustics* (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1962).
- 8) A.D. Pierce, *ACOUSTICS—An Introduction to Its Physical Principles and Applications* (McGraw-Hill, New York, 1981).
- 9) 三井田惇郎, 音響工学(昭晃堂, 東京, 1986).



鈴木 英男

1967年東北大学大学院修士課程卒。
1981年ペンシルバニア州立大学博士課程卒。1967~1979年、三菱電機勤務(スピーカの研究開発に従事)。1981~1985年、CBS研究所勤務(ピアノの音響の研究に従事)。1985~1993年、小野測器勤務(音響計測機器の研究開発に従事)。1992年よりオンテックR & D(音響・振動のコンサルティング会社)の代表取締役社長。